## Arbeitsblatt Aussagelogik – Lösung

**Aussagelogik**

Aussagen sind beschreibende Sätze wie z.B. «In München steht ein Hofbräuhaus», «Der Eiﬀelturm ist 482 Meter hoch». Fragen («Wie spät ist es?»), auffordernde Sätze («Gib mir bitte den Zucker!») und andere sprachliche Äusserungen («Huch!») gehören nicht dazu.  
Wesentlich für Aussagen ist, dass sie nur wahr bzw. falsch sein können:

Jede Aussage ist entweder *wahr* oder *falsch*.

Keine Aussage kann zugleich wahr *und* falsch sein und damit sind auch alle Möglichkeiten ausgeschöpft, eine weitere (dritte) gibt es nicht.  
Da es in dieser Logik nur zwei Zustände, nämlich wahr oder falsch, gibt, wird diese Logik *zweiwertig* oder auch *Boolesche Logik* (BOOLE George, 1815-1864) genannt.

Wenn zwei Teilaussagen zu einer neuen Aussage verknüpft werden, gibt es bezüglich dem Wahrheitswert der Teilaussagen vier mögliche Fälle: beide wahr, erste wahr und zweite falsch, erste falsch und zweite wahr, beide falsch.

Wir betrachten die folgenden drei Operationen (Junktoren), um mehrere Aussagen zu verknüpfen:

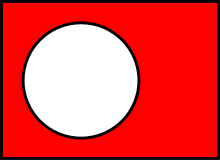
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Junktor** | **Funktion** | **Umgangssprachliche Interpretation** |
| ¬ | Negation | nicht |
| ∧ | Konjunktion | und |
| ∨ | Disjunktion | oder |

In einer Wahrheitstafel werden allen an der Gleichung beteiligten Variablen die Werte für wahr oder falsch in vollständigen Kombinationen zugeordnet.  
Meistens werden zur Vereinfachung die Wahrheitswerte *wahr* durch *1* und *falsch* durch *0* dargestellt.

**Negation (¬)**

Kehrt einen Wahrheitswert ins Gegenteil.

Mengendarstellung

[](https://de.wikibooks.org/wiki/Datei:Komplement_einer_Menge.svg)

  
(Komplement von A)

Wahrheitstafel:

|  |  |
| --- | --- |
| **A** | **¬A** |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

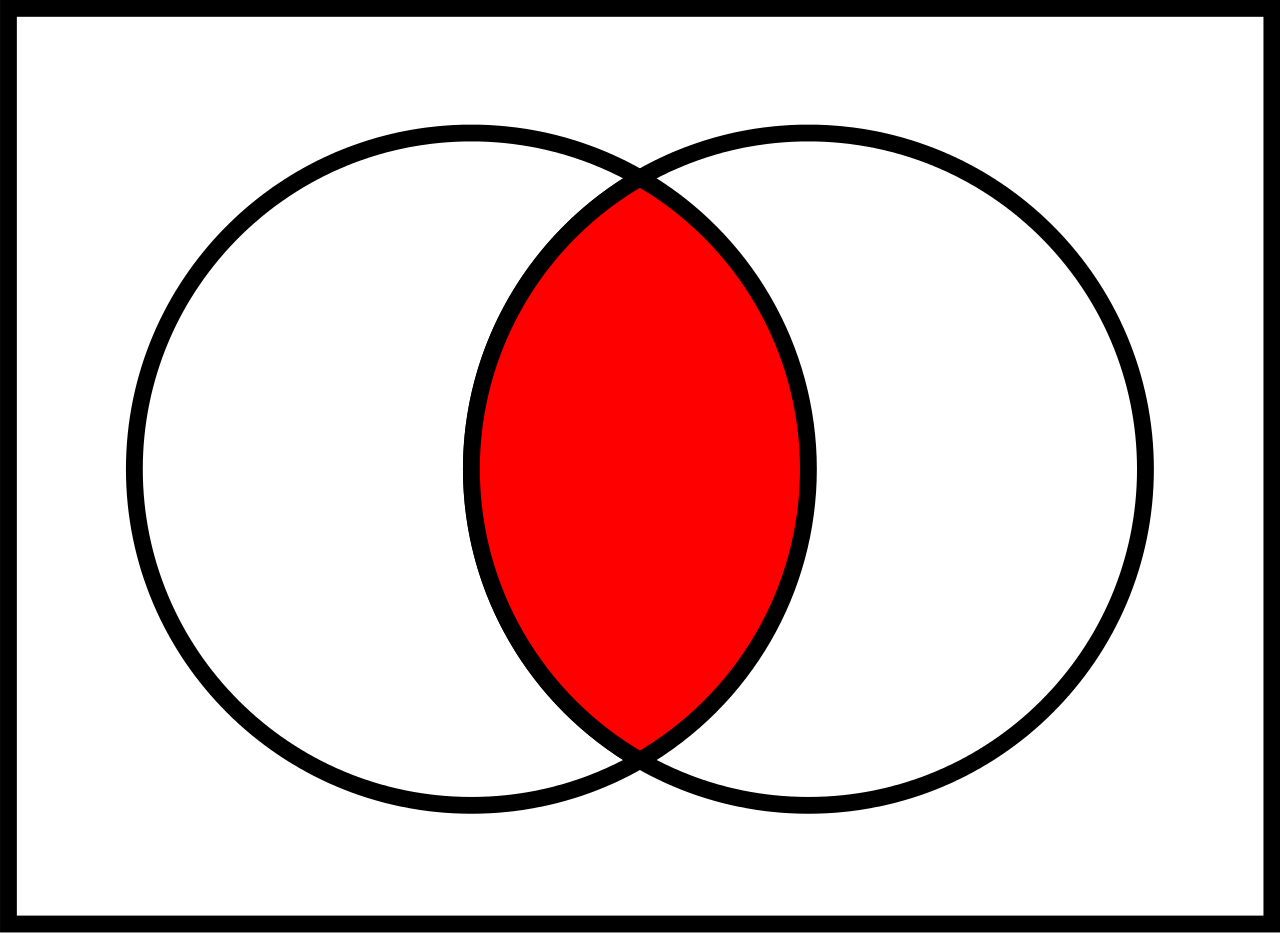
**Beispiel:** A: Heute ist Sonntag.

¬A: Heute ist nicht Sonntag (also Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag oder Samstag).   
  
Die doppelte Verneinung führt auf den ursprünglichen Wert zurück: ¬(¬A) = A  
«Es stimmt nicht, dass ich gestern nicht in der Kirche war.» Ich war also in der Kirche.

**UND (∧)**

Variablen, die durch den Junktor ∧ (UND) miteinander verknüpft sind, führen zu einer Aussage, die nur dann *wahr* ist, wenn beide Aussagen für sich *wahr* sind, sonst ist sie *falsch*.   
  
Wahrheitstafel:

Mengendarstellung



  
A geschnitten mit B

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **A** | **B** | **A∧B** |
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

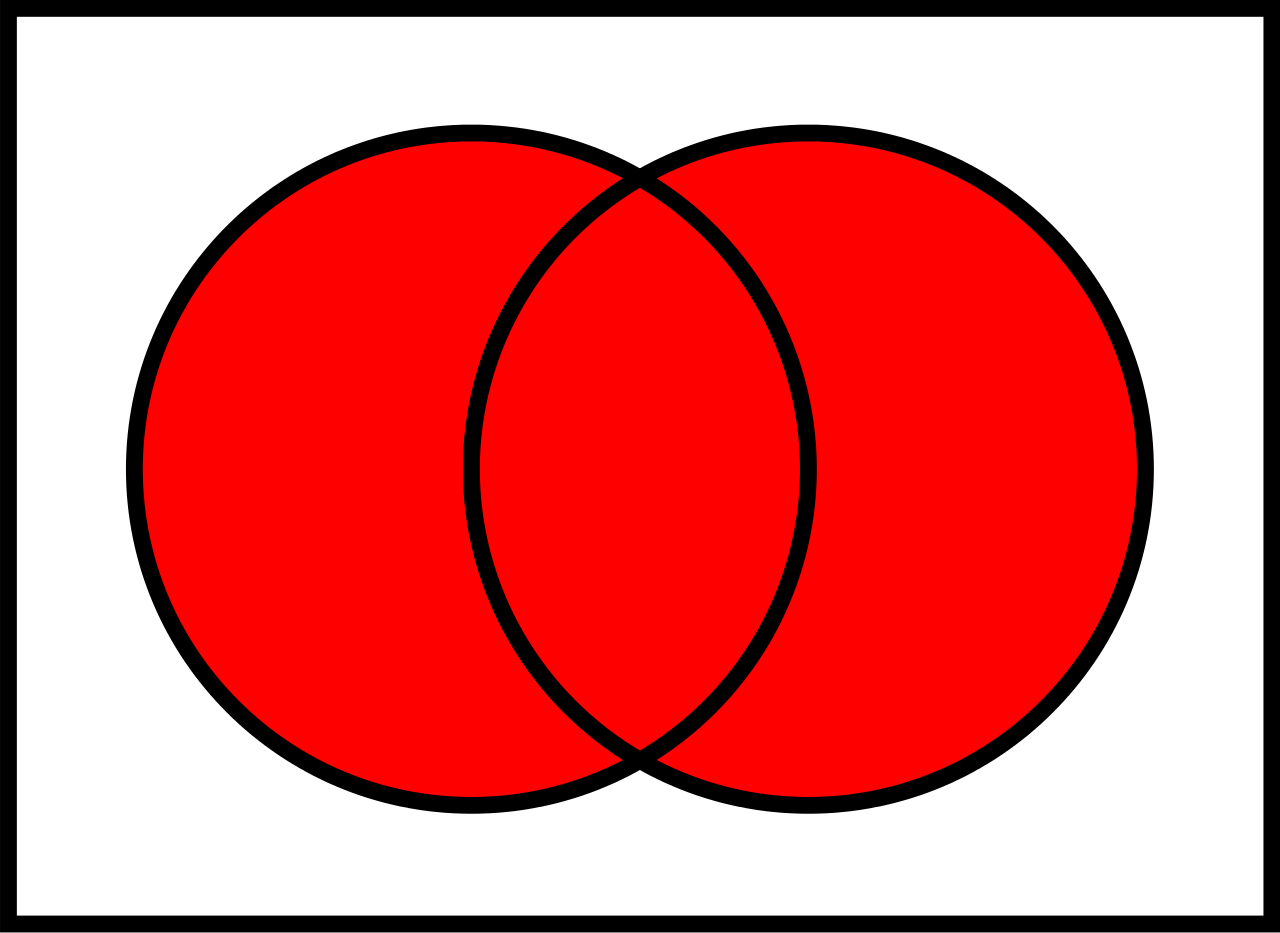
Die Konjunktion wird auch aussagenlogisches Produkt genannt, und folglich werden die zu verknüpfenden Aussagen Faktoren genannt.  
*Beispiel:*  
Aussage A: Ich habe im Lotto die richtigen 6 Zahlen angekreuzt.  
Aussage B: Ich habe den ausgefüllten Lottoschein am Kiosk abgegeben.

Die Verknüpfung **A∧B** «Ich bin Lotto-Millionär» ist nur dann wahr, wenn A **und** B erfüllt sind.

**ODER (∨)**

Variablen, die durch den Junktor ∨ (ODER) mit einander verknüpft sind, führen zu einer Aussage, die nur dann *wahr* ist, wenn mindestens eine der beiden Aussagen *wahr* ist. Nur wenn beide Variablen den Wert *falsch* haben, ist die verknüpfte Aussage *falsch.*  
(Vgl. den Unterschied zw. ODER und ENTWEDER-ODER.)

Mengendarstellung



  
A vereinigt mit B

Wahrheitstafel:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **A** | **B** | **A∨B** |
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

Die Disjunktion wird auch aussagenlogische Summe genannt.

*Beispiel:* Die Lehrerin sagt: «Als Hausaufgabe löst ihr die Aufgabe 1 oder die Aufgabe 2.»

Ich habe den Auftrag erfüllt, wenn ich entweder die Aufgabe 1 oder die Aufgabe 2 oder sogar beide gelöst habe.

*Beispiel 2:* «Hast Du Hunger oder Durst?»: Die Frage kann mit «Ja» beantwortet werden, falls ich Hunger, Durst oder beides habe.

In der Alltagssprache verwenden wir oft für ENTWEDER – ODER (Exklusiv-Oder) nur ein ODER:  
«Wir gehen heute Abend ins Theater oder ins Kino».

Finde weitere sprachliche NICHT, UND, ODER und ENTWEDER-ODER Verknüpfungen aus dem Alltagsgebrauch (analog zu *Beispiel 1* und *Beispiel 2*)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_